

## Homework 5 Key

**A.1**  $(x)(Fx \rightarrow Gx), (x)(Hx \rightarrow \neg Gx) \vdash (x)(Fx \rightarrow \neg Hx)$

1	(1) $(x)(Fx \rightarrow Gx)$	A
2	(2) $(x)(Hx \rightarrow \neg Gx)$	A
3	(3) $Fa$	A
1	(4) $Fa \rightarrow Ga$	1 UE
1,3	(5) $Ga$	4,3 MPP
2	(6) $Ha \rightarrow \neg Ga$	2 UE
1,3	(7) $\neg \neg Ga$	5 DN
1,2,3	(8) $\neg Ha$	6,7 MTT
1,2	(9) $Fa \rightarrow \neg Ha$	3,8 CP
1,2	(10) $(x)(Fx \rightarrow \neg Hx)$	9 UI

**A.2**  $(x)((Fx \vee Gx) \rightarrow Hx), (x) \neg Hx \vdash (x) \neg Fx$

1	(1) $(x)((Fx \vee Gx) \rightarrow Hx)$	A
2	(2) $(x) \neg Hx$	A
3	(3) $Fa$	A
1	(4) $(Fa \vee Ga) \rightarrow Ha$	1 UE
3	(5) $Fa \vee Ga$	3 vI
1,3	(6) $Ha$	4,5 MPP
2	(7) $\neg Ha$	2 UE
1,2,3	(8) $Ha \& \neg Ha$	6,7 &I
1,2	(9) $\neg Fa$	3,8 RAA
1,2	(10) $(x) \neg Fx$	9 UI

**A.3**  $(x)(Fx \rightarrow Gx) \vdash (x)Fx \rightarrow (x)Gx$

1	(1) $(x)(Fx \rightarrow Gx)$	A
2	(2) $(x)Fx$	A
1	(3) $Fa \rightarrow Ga$	1 UE
2	(4) $Fa$	2 UE
1,2	(5) $Ga$	3,4 MPP
1,2	(6) $(x)Gx$	5 UI
1	(7) $(x)Fx \rightarrow (x)Gx$	2,6 CP

**A.4**  $(x)(Fx \& Gx) \vdash Fm \& Gn$

1	(1) $(x)(Fx \& Gx)$	A
1	(2) $Fm \& Gm$	1 UE
1	(3) $Fm$	2 &E
1	(4) $Fn \& Gn$	1 UE
1	(5) $Gn$	4 &E
1	(6) $Fm \& Gn$	3,5 &I

**A.5**  $Gm \rightarrow (x)Fx \vdash (x)(Gm \rightarrow Fx)$

1	(1) $Gm \rightarrow (x)Fx$	A
2	(2) $Gm$	A
1,2	(3) $(x)Fx$	1,2 MPP
1,2	(4) $Fa$	3 UE

1	(5) $Gm \rightarrow Fa$	2,4 CP
1	(6) $(x)(Gm \rightarrow Fx)$	5 UI

**A.6**  $(x) \neg Fx \vdash \neg(x)Fx$

1	(1) $(x) \neg Fx$	A
2	(2) $(x)Fx$	A
1	(3) $\neg Fa$	1 UE
2	(4) $Fa$	2 UE
1,2	(5) $Fa \& \neg Fa$	4,3 &I
1	(6) $\neg(x)Fx$	2,5 RAA

**B.1**

$(x)(Fx \rightarrow Gx)$  All  $F$  are  $G$ .

$(x)(y)(Fx \rightarrow Gy)$  For any two things, if the former is  $F$  then the latter is  $G$

**B.2**

$Fx \equiv x$  is a whale;  $Gx \equiv x$  is a mammal.