

HOMEWORK #2 SOLUTIONS

A.

1.

1	(1)	$P \rightarrow Q$	A // $(Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)$
2	(2)	$Q \rightarrow R$	A
3	(3)	P	A
1,3	(4)	Q	1,3 MPP
1,2,3	(5)	R	2,4 MPP
1,2	(6)	$P \rightarrow R$	3,5 CP
1	(7)	$(Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)$	2,6 CP

2.

1	(1)	$P \rightarrow (P \rightarrow Q)$	A // $P \rightarrow Q$
2	(2)	P	A
1,2	(3)	$P \rightarrow Q$	1,2 MPP
1,2	(4)	Q	3,2 MPP
1	(5)	$P \rightarrow Q$	2,4 CP

3.

1	(1)	$P \rightarrow (Q \rightarrow R)$	A // $(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R)$
2	(2)	$P \rightarrow Q$	A
3	(3)	P	A
1,3	(4)	$Q \rightarrow R$	1,3 MPP
2,3	(5)	Q	2,3 MPP
1,2,3	(6)	R	4,5 MPP
1,2	(7)	$P \rightarrow R$	3,6 CP
1	(8)	$(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R)$	2,7 CP

B.

1.

1	(1)	$(P \& Q) \vee (P \& R)$	A // $P \& (Q \vee R)$
2	(2)	$P \& Q$	A
2	(3)	P	2 &E
2	(4)	Q	2 &E
2	(5)	$Q \vee R$	4 vI
2	(6)	$P \& (Q \vee R)$	3,5 &I
7	(7)	$P \& R$	A
7	(8)	P	7 &E
7	(9)	R	7 &E
7	(10)	$Q \vee R$	9, vI
7	(11)	$P \& (Q \vee R)$	8,10 &I
1	(12)	$P \& (Q \vee R)$	1,2,6,7,11 vE

2.	1	(1)	$P \rightarrow Q$	A
	2	(2)	$R \rightarrow S$	A // $(P \vee R) \rightarrow (Q \vee S)$
	3	(3)	$P \vee R$	A
	4	(4)	P	A
	1,4	(5)	Q	1,4 MPP
	1,4	(6)	$Q \vee S$	5 vI
	7	(7)	R	A
	2,7	(8)	S	2,7 MPP
	2,7	(9)	$Q \vee S$	8 vI
	1,2,3	(10)	$Q \vee S$	3,4,6,7,9 vE
	1,2	(11)	$(P \vee R) \rightarrow (Q \vee S)$	3,10 CP

C.

1.	1	(1)	$\neg P$	A // $P \rightarrow Q$
	2	(2)	P	A
	3	(3)	$\neg Q$	A
	1,2	(4)	$P \& \neg P$	2,1&I
	1,2	(5)	$\neg \neg Q$	3,4RAA
	1,2	(6)	Q	5DN
	1	(7)	$P \rightarrow Q$	2,6CP
2.	1	(1)	$P \rightarrow Q$	A // $\neg P \vee Q$
	2	(2)	$\neg(P \vee \neg P)$	A
	3	(3)	P	A
	3	(4)	$P \vee \neg P$	3vI
	2,3	(5)	$(P \vee \neg P) \& \neg(P \vee \neg P)$	4,2&I
	2	(6)	$\neg P$	3,5RAA
	2	(7)	$P \vee \neg P$	6vI
	2	(8)	$(P \vee \neg P) \& \neg(P \vee \neg P)$	7,2&I
	-	(9)	$\neg \neg(P \vee \neg P)$	2,8RAA
	-	(10)	$P \vee \neg P$	9DN
	11	(11)	P	A
	1,11	(12)	Q	1,11MPP
	1,11	(13)	$\neg P \vee Q$	12vI
	14	(14)	$\neg P$	A
	14	(15)	$\neg P \vee Q$	14vI
	1	(16)	$\neg P \vee Q$	10,11,13,14,15vE

3.	1	(1)	$\neg P \vee Q$	A // $P \rightarrow Q$
	2	(2)	P	A
	3	(3)	$\neg P$	A
	4	(4)	$\neg Q$	A
	2,3	(5)	$P \& \neg P$	2,3&I
	2,3	(6)	$\neg \neg Q$	4,5RAA
	2,3	(7)	Q	6DN
	8	(8)	Q	A
	1,2	(9)	Q	1,3,7,8,8vE
	1	(10)	$P \rightarrow Q$	2,9CP
4.	1	(1)	$\neg P \& \neg Q$	A // $\neg(P \vee Q)$
	2	(2)	$P \vee Q$	A
	3	(3)	P	A
	1	(4)	$\neg P$	1&E
	1,3	(5)	$P \& \neg P$	3,4&I
	3	(6)	$\neg(\neg P \& \neg Q)$	1,5RAA
	7	(7)	Q	A
	1	(8)	$\neg Q$	1&E
	1,7	(9)	$Q \& \neg Q$	7,8&I
	7	(10)	$\neg(\neg P \& \neg Q)$	1,9RAA
	2	(11)	$\neg(\neg P \& \neg Q)$	2,3,6,7,10vE
	1,2	(12)	$(\neg P \& \neg Q) \& \neg(\neg P \& \neg Q)$	1,11&I
	1	(13)	$\neg(P \vee Q)$	2,12RAA
5.	1	(1)	$(P \rightarrow Q) \rightarrow P$	A
	2	(2)	$\neg P$	A
	1,2	(3)	$\neg(P \rightarrow Q)$	1,2MTT
	2	(4)	$\neg P \vee Q$	2 vI
	2	(5)	$P \rightarrow Q$	Steps between (4) and (5) shown in Part C, #3
	1,2	(6)	$(P \rightarrow Q) \& \neg(P \rightarrow Q)$	5,3&I
	1	(7)	$\neg \neg P$	2,6RAA
	1	(8)	P	7DN
	-	(9)	$((P \rightarrow Q) \rightarrow P) \rightarrow P$	1,8CP